

Comunicação Científica

Estudo do Crescimento Populacional de Insetos Pelos Métodos Estatísticos: Gauss-Newton, Marquardt e Quasi-Newton

Marinéia L. Haddad¹ e Sinval Silveira Neto¹

¹Departamento de Entomologia, ESALQ/USP, Caixa postal 9,
13418-900, Piracicaba, SP.

An. Soc. Entomol. Brasil 25(2): 355-358 (1996)

Studies of Insect Population Growth by Gauss-Newton, Marquardt and
Quasi-Newton Statistical Methods

ABSTRACT - The determination of estimation of the parameters α , β and r_m of the logistic function is proposed through the methods of Gauss-Newton, Marquardt and Quasi-Newton. By using a population of *Myzus persicae* (Sulzer) it was demonstrated how to select a method among those proposed.

KEY WORDS: Insecta, logistic function, *Myzus persicae*, aphid population.

Uma população de insetos não cresce indefinidamente, devido a limitações estabelecidas pela disponibilidade de alimento, por falta de espaço, por condições meteorológicas intoleráveis ou por algum mecanismo de controle (Silveira Neto *et al.* 1976). Para o estudo do crescimento populacional de insetos frequentemente deseja-se expressar informações provenientes de dados amostrais sob a forma de uma relação funcional não-linear: $y = f(x; \theta) + E$, onde Y = vetor das observações (número de insetos no tempo t); x = matriz das variáveis independentes (tempo); θ = vetor dos parâmetros (α , β e r_m); α = número máximo de indivíduos que a população atingiu; β = parâmetro de posição ou seja, mudando-se apenas o valor de β , a curva se movimentaria horizontalmente; r_m = razão infinitesimal de aumento; f = função logística: $\alpha / (1 + \text{EXP}(-\beta + r_m * t))$; e E = vetor dos erros.

Haddad & Silveira Neto (1988) determinaram estimativas consistentes e assintóticas para os parâmetros α , β e r_m através do método de Nelder. Diversos métodos têm sido propo-

tos pelos estudiosos de regressão não-linear para estimar-se o vetor θ , embora, tradicionalmente, na entomologia nacional, o método descrito por Nelder (1961) seja o mais utilizado. Com o objetivo de divulgar outros métodos atualmente utilizados por pesquisadores na modelagem de fenômenos da natureza, sejam eles físicos, químicos ou biológicos, estimou-se o vetor θ através dos métodos de Gauss-Newton, Marquardt e Quasi-Newton, disponíveis no SAS (Statistical Analysis System).

Especificação da Matriz Inversa. Em todos os métodos, na solução do sistema de equações normais (SEN), usou-se a inversa generalizada condicional (Iemima 1990).

Estimativas Iniciais (α_0 , β_0 , r_{m0}). Sabe-se que independentemente do método utilizado na determinação das estimativas dos parâmetros da regressão não-linear, uma condição necessária para que o método convirja é uma boa estimativa inicial (Chiacchio 1991). Utilizou-se o método aplicado por Haddad &

Tabela 1. Resumo das análises dos dados de Haddad & Silveira Neto (1988) usando o modelo logístico.

Características	Métodos			
	Gauss-Newton	Marquardt	DFP	BFGS
Parâmetros: α	845,5848	845,584	845,584	845,584
β	-4,0069	-4,0069	-4,0069	-4,0069
r_m	1,0037	1,0037	1,0037	1,0037
SQ Resíduos	1021,2614	1021,2614	1021,2614	1021,2614
Iterações para convergência	6	6	12	12
Constante de Marquardt (t)	0	1E - 08	0	0
Tempo (seg)	0,777	0,93	1,38	1,71
Coefficiente de determinação (R^2)	0,998	0,998	0,998	0,998

Silveira-Neto (1988), devido ter sido bem ajustado aos dados entomológicos que serão também utilizados neste trabalho. Através de simulação foi testado, para todos os métodos, estimativas iniciais no intervalo (est. iniciais $\pm 30\%$ est. iniciais, com incremento de 0.01) com o objetivo de se ter mais uma ferramenta para a seleção do método mais adequado. O erro e o número de iterações máximo considerados foram 10^{-6} e 25, respectivamente.

Especificação do Método Estatístico. Todos os métodos estatísticos apresentados são conhecidos como regressão de mínimos quadrados ou regressão L_2 .

Método de Gauss-Newton. Esse método só é bom quando o problema a ser resolvido é de resíduo zero ou resíduo pequeno (Dennis & Schnabel 1983). O método de Gauss-Newton, embora simples na teoria, na prática é bastante

deficiente. Para muitos modelos, se a estimativa inicial estiver longe da solução, o método não converge (Chiacchio 1991). O método de Marquardt é considerado o melhor de sua classe (Chiacchio 1993). É utilizado para casos de resíduo zero ou pequeno. Os métodos Quasi-Newton devem ser utilizados nos casos de resíduo grandes. Foram aplicados dois métodos Quasi-Newton: DFP e BFGS, sendo esse último considerado o melhor (Chiacchio 1993).

Para verificar por qual método o crescimento da população de *Myzus persicae* (Sulzer) se ajusta a uma função logística, aplicou-se as metodologias apresentadas aos dados de contagem desses pulgões, acompanhados desde o início da formação de colônias, numa folha de couve de aproximadamente 100 cm², obtidos de Haddad & Silveira Neto (1988). Os dados foram analisados através do SAS, procedure NLIN, método DUD (Tabela 1).

Tabela 2. Resultados das simulações das estimativas iniciais α_0 , β_0 e r_{m0} dos dados de Haddad & Silveira Neto (1988), usando o modelo logístico.

Características	Métodos				
	Gauss-Newton	Marquardt	DFP	BFGS	
Convergência (%) com mudanças somente no parâmetro:	α_0	100	100	50	50
	β_0	100	100	100	100
	r_{m0}	57,14	71,43	50	50
Variância da estimativa do parâmetro relativo a:	α_0	Constante	Constante	Variável	Variável
	β_0	Constante	Constante	Variável	Variável
	r_{m0}	Variável	Variável	Variável	Variável

Embora todos os métodos convergiram para as mesmas estimativas (Tabela 1), o número de iterações e o tempo de execução foram distintos, o que nos indica que os métodos de Gauss-Newton e Marquardt são os mais vantajosos. Através da simulação do uso de diferentes estimativas iniciais, verificou-se que o parâmetro mais sensível para a convergência e estabilidade da variância, independente do método utilizado, é r_m , exatamente um dos parâmetros mais importantes no estudo de dinâmica populacional (Tabela 2). Porém, embora exista alta sensibilidade do parâmetro r_m , o método de Marquardt converge em casos não conseguidos pelos demais. Para dados de crescimento populacional do pulgão *M. persicae* o ideal é o método de Marquardt, desde que haja convergência com a constante de Marquardt pequena ($\tau < 0.1$). Para casos de convergência com $\tau > 0.1$ o pesquisador deve verificar a adequação do modelo proposto.

Literatura Citada

- Chiacchio, E.J. 1991.** Um algoritmo para estimativa de mínimos quadrados de parâmetros não-lineares. Piracicaba, ESALQ/Dept^o Matem. Estat. 60p.
- Chiacchio, E.J. 1993.** Regressão não-linear. Desenvolvimento de um sistema computacional e aplicações. Dissertação, ESALQ / USP, Piracicaba, 140p.
- Dennis Jr., J.E. & R.B. Schnabel. 1983.** Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 378p.
- Haddad, M.L. & S. Silveira Neto. 1988.** Estudo do crescimento populacional de insetos através do modelo logístico. An. Soc. Entomol. Brasil 2: 17.
- Iemma, A.F. 1990.** Matrizes para estatística: um texto para profissionais de ciência aplicadas. Piracicaba, ESALQ/Dept^o Matem. Estat. 330p.
- Nelder, J.A. 1961.** The fitting of a generalization of the logistic curve. Biometrics 17: 89-110.

Silveira Neto, S., O Nakano, D. Barbin & N.A. Villa Nova. 1976. Manual de ecologia dos insetos. São Paulo, Ed.

Agronômica Ceres, 419p.

Recebido em 21/11/94. Aceito em 16/04/96.
